

# PAVAGE DU PLAN AVEC DES POLYGONES CONVEXES

Par Nicolas EVEN, Gaby PORTELLI, Paul PRILLEUX

## Les règles du jeu

À partir d'une figure élémentaire, comme un rectangle, on peut paver le plan en le recouvrant à l'aide d'images de cette figure obtenues uniquement par rotations et translations. Quelles sont les figures élémentaires convexes qui permettent de paver le plan ?

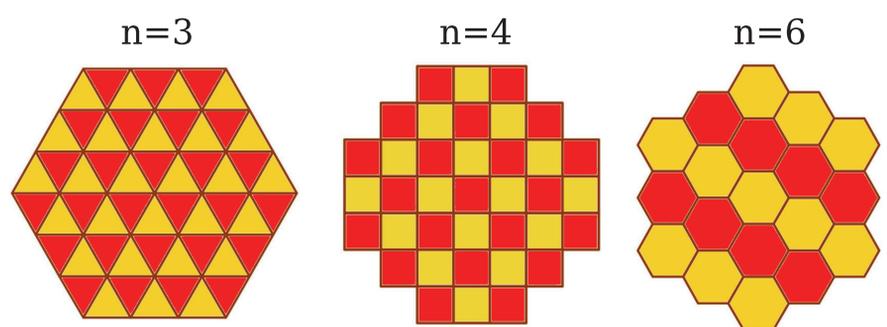
### Pavages en polygones réguliers

Un polygone régulier est un polygone qui a tous ses côtés de même longueur et tous ses angles de même mesure.

**Théorème 1:** Les seuls polygones réguliers à  $n$  côtés qui pavent le plan sont :

- ▶  $[n=3]$  les triangles équilatéraux ;
- ▶  $[n=4]$  les carrés ;
- ▶  $[n=6]$  les hexagones réguliers.

Dans un premier temps, nous avons cherché les polygones convexes réguliers qui pavent le plan. Nous avons obtenu une caractérisation.



### Pavages en polygones non réguliers

Puis nous avons cherché des pavages en polygones non réguliers. Nous avons obtenu des résultats généraux dans le cas des triangles et des quadrilatères. Pour les pentagones et hexagones non réguliers, nous avons trouvé des exemples de pavages.

**Théorème 2:** Les polygones convexes non réguliers suivants pavent le plan :

- ▶  $[n=3]$  un triangle quelconque ;
- ▶  $[n=4]$  un quadrilatère quelconque.

Pour les triangles et quadrilatères quelconques comme pour les hexagones ayant leurs côtés opposés parallèles et de même longueur, il suffit de procéder par translation par rapport au milieu de chaque côté pour paver le plan.

**Proposition 1 :** Les polygones convexes non réguliers suivants pavent le plan :

- ▶  $[n=6]$  un hexagone qui a ses côtés opposés parallèles et de même longueur ;
- ▶  $[n=5]$  un pentagone qui a deux côtés parallèles ;
- ▶  $[n=5]$  un pentagone qui a deux angles droits, chacun formé par des côtés de même longueur.

Les pentagones cités ci-dessus peuvent se ramener à des hexagones ayant leurs côtés opposés parallèles et de même longueur.

